

Г.В. ЕГОРОВ,
К.И. СОНИН

Диктаторы и визири: экономическая теория лояльности и компетентности*

Стэнли: Государь,
Причины нет меня подозревать:
Изменником я не был и не буду
Король Ричард: Ну ладно
Иди, собирай войска; но здесь оставь,
Георга, сына. Будь же сердцем крепок
Чтоб крепко голова его держалась.
У. Шекспир. Ричард III, акт 4.

Чтобы понять, как действовал Сталин, нужно...
перечитать Ричарда III Шекспира.

*С. Файнер. История государства
с ранних времен.*

Авторитаризм – одна из самых древних форм государства¹. В течение большей части XX в. тоталитарные режимы покрывали значительную часть карты мира. Относительно новая ситуация, при которой большинство развитых стран являются демократиями, подсказывает, казалось бы, что демократизация в мировом масштабе неизбежна. Однако, несмотря на существенное распространение демократии в последние десятилетия, нет явных свидетельств того, что диктатуры – исчезающая форма правления.

В этой работе мы не пытаемся исследовать, почему и как появляются диктатуры, нас интересует внутренняя структура уже сложившихся диктатур. Почему диктаторы,

* Благодарим А. Диксита, Д. Эпштейна, К. Гирца, С. Гельбаха, П. Грегори, С. Гурьева, Й. Херрера, Э. Кидда, Д. Лондрегана, Э. Маскина, Р. Майерсона, Д. Ная, Р. Пауэлла, Ж. Ролана, Т. Ромера, А. Шлейфера и участников семинаров в Гарварде/МТИ, Беркли, Пенсильванском, Чикагском, Принстонском и Нью-Йоркском университетах, Институте передовых исследований в Принстоне, Шаталинского семинара в Нижнем Новгороде, конференций MPSA и Государственного университета – Высшей школы экономики 2005 г., Международного конгресса Эконометрического общества 2005 г. за ценные советы.

¹ См. [Finer, 1997; Tullok, 1987; Olson, 1993; The Logic... 2003; Haber, 2005] и др. Обзор состояния искусства в формальной работе диктатуры представлен в [Acemoglu, Robinson, 2001; The Logic... 2003; Wintrobe, 2000; Acemoglu, 2003; Acemoglu, Robinson, Verdier, 2004; Gallieo, Pitchik, 2004], где предлагаются динамические основы изучения современных диктатур. Последние эмпирические работы по изучению диктатур см. [Erstein... 2004; Epstein, Rosendorff, 2004; Przeworski, Limongi, 1993; Gandhi, 2005; Wantchekon, 2003].

Егоров Георгий Владимирович – аспирант Гарвардского университета (США).

Сонин Константин Исаакович – кандидат физико-математических наук, профессор Российской экономической школы.

которые, по идее, должны были бы опасаться экономических трудностей в стране или недостаточной эффективности силовых структур, назначают некомпетентных друзей или родственников на ключевые экономические и силовые позиции в правительстве? Конечно, некомпетентные министры нередки и в демократических странах, однако большинство историков и политологов соглашаются, что именно для авторитарных режимов характерно низкое качество государственного управления.

Несколько утрируя, можно сказать, что основная проблема авторитарного правителя – не низкая компетентность его министров, но их возможное вероломство. С. Хабер отмечает, что чуть ли не все министры или, по крайней мере, те, кто дорожат своей жизнью, постоянно декларируют свою верность диктатору, даже если при этом они плетут заговор [Naber, 2005]. П. Брукер находит, что военные перевороты происходят по меньшей мере вдвое чаще в странах с диктатурой, чем в демократических странах [Brooker, 2000]. Неудивительно, что Р. Винтроб приходит к заключению, что "паранойя – самая характерная черта диктаторов" [Wintrobe, 2000]. Например, даже перед лицом нарастающей внешней угрозы С. Хуссейн назначал на ключевые позиции и должности некомпетентных лоялистов и блокировал средства сообщения между командирами на поле боя, опасаясь заговора [Gordon, Trainor, 2006].

Б. Буэно де Мескита и его коллеги отмечают, что стимулы к измене диктатору зависят от перспектив включения в выигрывающую коалицию после того, как диктатор будет смещен [The Logic... 2003]. Современная теория принципал-агентских отношений поможет нам объяснить зависимость между некомпетентностью и лояльностью "визирей". Основная идея выглядит так: более компетентный советник может быть легче вовлечен в перспективный заговор, тогда как менее компетентный не сможет оценить вероятность успеха, из-за этого побоится в заговоре участвовать и, таким образом, окажется в равновесии более лояльным. Иными словами, аналогично дискриминирующему монополисту, компетентный визирь различает потенциальных врагов диктатора, в то время как некомпетентный вынужден действовать одинаково по отношению ко всем врагам. Предполагая, что желание визиря принять взятку – то есть предать диктатора – увеличивается как с увеличением размера взятки, так и с повышением вероятности успеха заговора (или победы внешнего врага), диктатор вынужден уравновешивать лояльность (меньшее желание принимать взятку) и компетентность (большую способность предавать за ту же взятку). Описанный механизм действует не только в авторитарных режимах. Аналогичные соображения распространяются и на корпоративный сектор: любой начальник, например директор фирмы, которого беспокоит возможность нелояльности со стороны подчиненного, будет нанимать подчиненного средних способностей в ущерб очень способным.

В реальности, конечно, диктаторы окружены советами, а не отдельными советниками-визирями. В этом случае высокая степень доверия между несколькими советниками может облегчить для них решение об участии в заговоре, направленном на свержение диктатора. Поэтому диктаторы, при прочих равных условиях, захотели бы нанять таких агентов, которые не доверяют друг другу.

Поскольку диктатор полагает, что компетентный советник будет неправильно или искаженно информировать его самого, стимулы для начала или продолжения карьеры при диктатуре у компетентного человека уменьшаются: угроза казни по подозрению в измене может отпугнуть самых компетентных людей от продолжения карьеры в госсекторе. Если диктатор может связать себя обещанием использовать относительно легкие наказания, то проблема будет решена. Однако это как раз одна из тех ситуаций, когда у демократии есть преимущество перед диктатурой: проблему связывающих обязательств легче решить при существовании демократических институтов управления (например, разделении властей). Неспособность диктатора разумно выбирать оптимальный уровень наказания есть частный случай более общего феномена: эффективность использования стимулирующих схем диктатором ограничена тем, что

обещания наград и наказаний будут действовать только в той степени, в какой агент будет верить в выживание самого диктатора².

Ситуация, при которой выбор ближайшего сподвижника критичен для диктатора, неизбежно возникает тогда, когда диктатор озабочен проблемой преемственности [Tullock, 1987, p. 151]. Д. Херц считает, что из всех диктаторов первой половины XX в. лишь очень немногие смогли контролировать порядок наследования [Herz, 1952]. Одним из таких примеров была передача власти турецкого правителя Кемалю Ататюрку намеченному им преемнику. Обеспечивая преемственность, диктаторы сталкиваются с той же проблемой, что и при выборе визиря: чем способнее потенциальный преемник, тем он потенциально способнее в свержении диктатора. Возможно, именно поэтому многие лидеры так и не сделали ясных распоряжений насчет своих потенциальных преемников. Для изучения проблем преемственности мы исследуем динамическую модификацию нашей модели, в которой на выбор диктатора влияют не только его перспективы сохранения власти, но и предпочтения относительно личности преемника.

Вопрос о правильном соотношении между лояльностью и компетентностью уже давно обсуждается в литературе по корпоративному управлению, в которой когда-то возникла теория принципал-агентских отношений. Казалось бы, в корпоративном мире эта проблема не так остра, так как в нем существуют такие институты, как контракты и суды. Однако на практике главный менеджер, озабоченный возможностью "измены" нанятого сотрудника, бывает готов скорее нанять заурядного человека, чем высококвалифицированного сотрудника. Есть утверждения, что руководитель, ценящий силу своего влияния на благонадежность подчиненных, не обязательно назначает на ключевые позиции самых квалифицированных людей [Prendergast, Topel, 1996]. Хотя подобные проблемы руководителя подразделения в фирме в какой-то мере похожи на проблемы диктаторов, тут в анализ вторгается и то существенное обстоятельство, что существует и третья сторона – руководство фирмы. А. Глэзер считает, что, когда способные менеджеры могут претендовать на руководство фирмой, существующее руководство будет нанимать относительно менее способных [Glazer, 2002]. В нашей модели подчеркивается, что у сотрудника/менеджера есть не два основополагающих качества – лояльность и компетентность (как в теории Глэзера), а одно: как раз то качество, за которое его нанимали (например, компетентность в работе по профилю фирмы может стать источником потенциальной угрозы для руководителя).

С. Прендергаст показывает, что если работа подчиненного вознаграждается по субъективной оценке качества его работы руководителем, создаваемые стимулы, действительно побуждая подчиненного работать лучше, заставляют его, кроме всего прочего, соответствовать ожиданиям руководителя [Prendergast, 1993]. Хотя некоторые из особенностей этого подхода похожи на нашу модель (например, в том, что важная информация, которой владеет подчиненный, теряется при переходе на уровень руководителя), наш подход существенно отличается. Во-первых, мы не используем субъективных оценок работы: если заговор терпит неудачу, диктатор получает всю имеющуюся в распоряжении заговорщиков информацию. Во-вторых, визирь не имеет никакой потребности соответствовать представлениям диктатора, которые он знает наверняка. В нашей модели лояльность и некомпетентность – две стороны одной медали.

² Дж. Норт и Б. Венгаст сделали проблему обязательств центральной в политической науке, показывая, что конституционно ограниченный монарх (Вильгельм III) может легче стимулировать своих подданных, чем более сильный (Стюарты от Якова I до Якова II) [North, Weingast, 1989]. Идентичный исторический контекст также поддерживает нашу идею: у ограниченного в возможностях наказания правителя будут более хорошие министры.

Лояльность и компетентность в исторической перспективе

Слово "визирь" пришло из Османской империи, где Великий Визирь был, по существу, премьер-министром, назначенным единственным сувереном (султаном). Визирь играл важную роль в дворцовых переворотах с XII по XIX столетие. Мы используем это слово, поскольку наша модель наиболее непосредственно обращается к "дворцовым" режимам в типологии правительств С. Файнера [Finer, 1997, v. I, p. 38] и "неосултанистическим режимам" [Sultanistic... 1998], их современной модификации (см. ниже). Подходящие для нашего анализа исторические примеры включают древние королевства и империи (например, византийскую, римскую, персидскую и китайскую), так же как и абсолютистские европейские монархии XVII и XVIII вв. В то же время внутренняя организация "двора" играла огромную роль и в современных диктатурах, например в режимах А. Гитлера [Speer, 1997] и И. Сталина [Montefiore, 2003].

Еще в 1965 г. до н.э., то есть почти четыре тысячи лет назад, король Сезострис I из Египта предупреждал будущих королей в своей "Инструкции": "Будьте настороже со всеми подчиненными, потому что вы никогда не можете знать, кто составляет заговор против вас" [Rindova, Starbuck, 1997]. Также Хан Фей Цу, китайский философ, живший в третьем столетии до н.э., советовал правителям не доверять подчиненным и вселять опасение в них. Файнер [Finer, 1997, v. I, p. 545] отмечает, что до Траяна большинство римских императоров жило, постоянно опасаясь заговора.

Огромное число древних и средневековых правителей принимали иностранных телохранителей, основным достоинством которых было как раз то, что они не имели возможности захватить власть сами по себе: "...правитель (в отличие от политического режима, где он является центральной частью. – Г.Е., К.С.), может быть в большей безопасности, когда он окружен полосой иностранных наемников" [Finer, 1997, v. I, p. 18]. В "Жизни Двенадцати Цезарей" Светоний упоминает иностранных телохранителей, защищающих Калигулу, именно как пример правителя с неограниченной властью, постоянно опасавшегося предательства.

Еще одним примером того, как могли быть институционализированы опасения правителя относительно предательства и его нежелательных последствий, может служить система евнухов. Сама идея наличия евнуха в качестве близкого подчиненного заключается в том, что евнух заведомо не имеет права быть законным главой государства именно в силу своего несомненного бесплодия. Очевидно, отбор советников по этому принципу не может давать оптимальной компетентности. При этом евнухи были существенной частью дворцовой жизни в Персии, Египте, Древней Греции и Римской империи. В Китае, к концу династии Мин, императорский двор использовал не менее семидесяти тысяч евнухов. Файнер замечает: карьеры главных управляющих Юзбиуса, Ютропиуса, Крисапиуса и Ютериуса показывают, что каждый из них дослужился до главного министра соответствующего императора [Finer, 1997, v. I, p. 575]. Причем не только эти евнухи, но и много малокомпетентных людей имели огромное и длительное влияние на решения и преемственность императоров. Обсуждая карьерный рост и институционализацию евнухов, Файнер также отмечает, что, по аналогии с китайской империей Ханьшуй, в период распада Римской империи император становился все более почитаемой фигурой, что требовало все большего количества бюрократических слоев между ним и его народом, и все менее доступным, однако при этом он становился все более уязвимым. Напомним также, что Э. Гиббон в "Истории упадка и разрушения Римской империи" утверждал, что Констанциус II боялся своих генералов и подозревал своих министров, и это было верно для всех римских императоров в IV в. Через два тысячелетия после римлян Португалия А. Салазара, гитлеровская Германия, сталинская Советская Россия, Камбоджа Пол Пота, Заир Мобуту, Ирак Хуссейна, Румыния Н. Чаушеску и Туркменистан С. Ниязова, столь различные и своеобразные режимы, продемонстрировали удивительное структурное сходство – и между собой, и с "дворцовыми" режимами предыдущих веков.

Рассматривая правления Салазара, П. Льюис анализирует проблему выбора подчиненных: Салазар "был... нетерпимым к тем, кто не разделял (его собственные представления. – Г.К. К.С.). Это отталкивало многих талантливых молодых людей от занятий государственным управлением". Тем не менее, после того как власть этого диктатора стала прочной, его кадровая политика стала примером того, что режим может развиваться от военных и полуфашистских начал в направлении современного технократического государства [Lewis, 1978].

В 1930-е гг. НКВД – "карающая рука" коммунистической партии, контролировала почти все аспекты жизни в СССР. В 1934 г. 41% руководства НКВД (39 чиновников) имели менее 7 классов образования, и 42% – имели менее 10. В 1937 г. – пиковом годе чисток – эти числа были 37% и 43%, соответственно. С. Монтефиоре, рассматривая правящие круги Сталина, приводит достаточно архивных свидетельств паранойи, типичной для Сталина и его самых близких подчиненных [Montefiore, 2003]. И он, и П. Грегори [Gregory, 2004] используют сверхсекретные архивные документы, ставшие доступными для исследователей только недавно. Одним из результатов сталинских "чисток" стало полное уничтожение кадровых военных в период, предшествующий Второй мировой войне. В то же время можно видеть, как внезапное изменение обстоятельств способно привести к резкой перемене в стратегии диктатора. В октябре 1941 г., когда немецкие силы продвигались к Москве со скоростью, превышающей все прогнозы, Сталин вернул сотни военачальников, сосланных в концентрационные лагеря и тюрьмы за 3–5 лет до этого [Spahr, 1997; Glazer, 2002].

А. Шпеер, когда-то второй по рангу чиновник в Третьем рейхе и доверенное лицо Гитлера, характеризуя окружение фюрера в своих мемуарах, использовал слова "негативный отбор", при этом подробно описывая невежество и некомпетентность самых близких подчиненных Гитлера [Speer, 1997]³. Во время Второй мировой войны большинство командующих, даже те, кто успешно проявил себя на поле битвы, например, фельдмаршал Э. Роммель, были заменены нацистскими функционерами; со снижением устойчивости режима компетентность стала менее важной, чем личная лояльность к фюреру. По ходу Нюрнбергского трибунала министр иностранных дел И. Риббентроп – один из главных нацистских функционеров – показал одновременно примеры и непоколебимой лояльности (он утверждал, что все еще готов выполнить любой приказ Гитлера), и доходящей до абсурда глупости⁴.

Одним из диктаторов, который, очевидно, ценил лояльность куда выше образования, был Пол Пот – лидер движения красных кхмеров в Камбодже. После захвата власти в 1975 г. он попытался казнить всех имеющих высшее образование, всех государственных служащих и преподавателей [Kiernan, 2004]. Режим Пота продержался в течение трех лет и стоил Камбодже более чем 1,7 млн жизней – более пятой части всего населения [Heder, Tittmore, 2004; Genocide... 2004].

Х. Чехаби и Дж. Линц выделяют определенный тип диктатур, который они определяют, следуя М. Веберу, как "султанистические" [Sultanistic... 1998]. Они включают, среди других, режимы Иди Амина в Уганде, Нгуэмы в Экваториальной Гвинее, Ф. и Ж.-К. Дювалье на Гаити, Р.Ф. Батисты на Кубе, Р.Л. Трухильо в Доминиканской Республике, шаха Реза Пехлеви в Иране, Мобуту в Заире, Ф. Маркоса на Филиппинах⁵. Для каждого из этих режимов был характерен подбор подчиненных, базирующийся на личной лояльности. Такие различные лица, как Мобуту Сесе-Секо, Маркос и Дю-

³ Очевидно, сам Шпеер считал себя контрпримером, который только доказывает правило.

⁴ Например, согласно "Материалам судебных процессов в Нюрнберге, 1 апреля 1946", на обвинение: "Какое дальнейшее давление вы могли оказывать на главу страны, не считая угроз, что ваша армия, с подавляющим превосходством, начнет наступление, и ваши воздушные силы начали бомбить столицу?" Риббентроп ответил: "Война, например".

⁵ Если в 1998 г. когда книга, отредактированная Чехаби и Линцом, поступила в печать, режим Ниязова в Туркменистане стал "кандидатом на султанистический режим", то в 2006 г. он таким и являлся.

валье, предпринимали попытки создать корпус технократов в своих правительствах так, чтобы сами правители могли, по словам Маркоса, "бездельничать и дать технократам управлять вещами", но политическое руководство в итоге позволило бюрократии делать исключения, не подчиняясь решениям компетентных профессионалов, которые полностью выхолостили дух и планы. В то же самое время Мобуту персонально собирал слухи у военных чиновников; в 1978 г. 10% офицеров были внезапно уволены, так как диктатор сомневался в их лояльности. О. Катузьян отмечает, что страх иранского шаха перед опасностью военного заговора сделал иранскую армию не способной к решению даже простейших военных задач [Katouzian, 1998]. Для режима Маркоса на Филиппинах, назначение лояльных и некомпетентных близких друзей на ключевые посты в правительстве было правилом (например, шофер Маркоса был назначен руководителем сил безопасности [Thompson, 1998]).

Самое яркое проявление выбора в пользу лояльности за счет компетентности – назначение близких родственников на правительственные должности, которые требуют политической или профессиональной компетентности. Чехаби и Линц считают, что это характерно именно для султанических режимов. В социалистической Румынии, как в средневековых режимах, ключевые правительственные посты были поделены между четырьмя братьями президента Чаушеску, его женой (занимавшей второй пост в правящем партийном руководстве и пост президента румынской Академии наук) и сыном (главным преемником, известным в основном пристрастием к азартным играм и выпивке); у Хуссейна большинство правительственных постов было занято его родственниками [Gordon, Trainor, 2006]. Сын-алкоголик Сталина Василий, как известно, был сделан командующим элитного подразделения воздушных сил. Анализируя общие тенденции и конкретные примеры того, как преданные Батисте люди заменяли профессионалов в вооруженных силах на Кубе, Дж. Домингес резюмирует: "...именно эти непрофессиональные, политизированные чиновники столкнулись с мятежом Фиделя Кастро и проиграли" [Domínguez, 1998].

В поисках "идеальной диктатуры" Домингес исследует самые успешные авторитарные диктатуры XX в. – Мексику, Бразилию, Чили и Южную Корею [Domínguez, 2002]. Он утверждает, что все они привлекали талантливых людей для работы в правительствах, по крайней мере в ранние годы режима. Однако по мере его созревания, конструкции, построенные на личности, а не на институтах, постепенно отклонялись от следования правилам политической компетентности. В персоналистической диктатуре, которой Южная Корея стала во вторую половину правления Пак Чжон Хи, компетентные люди были постепенно вытеснены из правительства уже в 1971 г. с учреждением так называемой системы Юшин, основанной на лояльности. Неудивительно, что экономическое развитие в последние годы правления Пак Чжон Хи существенно замедлилось; сам диктатор был убит своими телохранителями. Бразилия и Мексика имели значительно меньше проблем в этом плане, так как здесь смена власти была институционализована (в рамках авторитарного режима).

Формальная модель

Постановка. В игре участвуют диктатор и несколько агентов ($n \geq 1$), нанимаемых для его защиты. Предполагается, что диктатор может нанимать только одинаковых агентов. Враг может быть сильным ($t = S$, $\mathbf{P}(t = S) = q$) или слабым ($t = W$). Если враг слабый, диктатор обязательно побеждает. Если враг сильный, то вероятность выигрыша диктатора зависит от того, сколько агентов предпримут меры предосторожности. Если это число k , то вероятность победы диктатора α_k . Естественно предположить, что $0 = \alpha_0 < \alpha_1 < \dots < \alpha_{n-1} < \alpha_n = 1$. Иными словами, если ни один агент не защищается, диктатор обязательно проигрывает сильному врагу, а если все защищаются, диктатор обязательно побеждает. Если он побеждает, то получает полезность Y , а вся защита стоит ему $C < Y$ (цена защиты каждого из агентов равна $\frac{C}{n}$).

Мы интерпретируем q как силу врага. В то же время можно было бы считать, что $z = 1 - q$, – величина, равная вероятности того, что диктатор победит наугад выбранного врага, не имея дополнительной защиты, – в действительности является мерой силы врага. Начиная с этого места для унификации будем использовать только q .

Агент может исполнить приказ диктатора или предать и не мешать заговору. Однако сам агент неполностью информирован. Мы предполагаем, что агент может счесть слабого врага за сильного, но не наоборот. Обозначим сигнал агента через s . Агенты типа θ характеризуются

$$P(s = W | t = W) = \theta,$$

где $P(s = S | t = S) = 1$. Мы интерпретируем θ как компетентность агента.

Диктатор нанимает n агентов типа θ и хочет, чтобы каждый защищался, получив сильный сигнал ($s = S$) и не защищался (и сэкономил ресурсы), получив слабый сигнал ($s = W$). Сигналы, получаемые агентами, независимы, условно на типе врага t . Проблема для диктатора состоит в том, что агент может повести себя оппортунистически, то есть предать диктатора, что означает повести себя не так, как того желал диктатор (защищаться, если $s = W$, или не защищаться, если $s = S$). В случае предательства агент ожидает получить награду $R + \lambda$, если заговор успешен. Предполагается, что λ фиксирована и измеряет ставку врага (или степень близости между врагом и агентом), в то время как R – стохастическая величина, распределенная на $(0, \infty)$ с функцией распределения $G(x)$ и плотностью $g(x)$, причем $g'(x) < 0$. Это может быть интерпретировано как то, что способность врага обещать или переговариваться с агентом становится понятной только в процессе переговоров. Однако, если агент предал, но заговор провалился, то информация о заговоре открывается диктатору, который наказывает агента вычитанием F из полезности последнего. Кроме того, предположим, что агент получает премию P в том и только в том случае, если диктатор выжил, а агент его не предал. Также предполагается, что платежи каждого агента зависят от результата борьбы между диктатором и врагом и не зависят от действий других агентов явным образом. В частности, агентов не интересует, может ли быть так, что предательство другого агента заставит врага поделить награду между ними, поскольку эти награды независимы. Кроме того, все указанные величины для всех агентов одинаковы, и поэтому каждый агент обладает совершенной информацией про соответствующие величины других агентов.

1. Диктатор выбирает n агентов с компетентностью θ из континуума кандидатов.

2. Агенты получают зашумленные сигналы о силе врага и узнают R , стохастическую часть их выигрыша в случае удачи заговора. Агенты используют эту информацию, чтобы решить, предавать ли врага. Каждый из агентов независимо решает, предавать или нет.

3. Происходит попытка переворота и выявляется результат. Диктатор получает свою полезность.

4. Победитель узнает о заговоре все. Каждый из агентов награждается или наказывается.

Анализ. I. Поведение агентов. Мы пользуемся обратной индукцией и начинаем анализ с агентов. Пусть они получили сигнал R о стохастической части ожидаемой награды и сигналы $s_1, s_2 \dots s_n$ о силе врага, соответственно. Мы рассматриваем одного агента (скажем, номер которого n). Он относится к поведению остальных как к заданному. Для начала предположим, что он получил сигнал $s_n = W$. Тогда его поведение описывается следующим предложением.

Утверждение 1. Если агент получает слабый сигнал о враге, он слушается диктатора и не защищается.

Теперь допустим, что он получает сигнал $s_n = S$. Разумеется, он вычисляет условную на этой информации вероятность того, что враг сильный, по формуле Байеса. Получается:

$$P(t = S | s = S) = \frac{q}{q + (1 - \theta)(1 - q)}.$$

Он также знает, что если враг сильный, то все остальные агенты получили тот же сигнал. Допустим, он знает, что для такой ожидаемой награды ровно k агентов (кроме него самого) из тех, кто получает сигнал, что враг сильный, решают предать. В таком случае он ожидает получить следующие платежи в зависимости от своей стратегии. Если он слушается, он получает:

$$P\left(1 - (1 - \alpha_{k+1}) \frac{q}{q + (1 - \theta)(1 - q)}\right),$$

а если предает, то получает:

$$(R + \lambda + F) \left((1 - \alpha_k) \frac{q}{q + (1 - \theta)(1 - q)} \right) - F.$$

Можно доказать следующее утверждение про поведение агентов.

Утверждение 2. Множество тех R , для которых агенты выбирают предательство в случае получения сигнала $s = S$, одно и то же для всех агентов. Иными словами, в любом совершенном на подыграх равновесии стратегии всех агентов идентичны. Другими словами, набор R , при которых агент может предать, один и тот же для всех агентов. Наш следующий шаг – найти, какие множества могут иметь место в равновесии. Обозначим:

$$R_L \equiv (P + F) \left(1 + (1 - \theta) \frac{1 - q}{q} \right) - F - \lambda - (1 - \alpha_1)P$$

и

$$R_H \equiv \frac{1}{1 - \alpha_{n-1}} (P + F) \left(1 + (1 - \theta) \frac{1 - q}{q} \right) - F - \lambda.$$

По определению, $R_L \leq R_H$, и они равны если и только если $\alpha_1 = 1$ и $\alpha_{n-1} = 0$, то есть если и только если $n = 1$. Важность этих величин обосновывается следующим предложением.

Утверждение 3. В каждом совершенном на подыграх равновесии поведение агентов, получивших сигнал $s = S$, таково: они подчиняются, если $R \leq R_L$; они предают, если $R > R_H$, если $R_L < R \leq R_H$, они подчиняются при $R \in \mathbf{R}$, где \mathbf{R} – произвольное (измеримое) подмножество этого полуинтервала. Иными словами, для $n > 1$ существует бесконечное число равновесий в подыгре, играемой после того, как агенты получают сигнал. Для простоты введем следующее обозначение. Для $0 \leq \tau \leq 1$ обозначим

$$R_\tau = \tau R_L + (1 - \tau) R_H.$$

Начиная с этого момента, мы рассматриваем только равновесия, где агенты предают в том и только в том случае, когда их сигнал сильный и $R > R_\tau$ для некоторого $\tau \in [0, 1]$. Эти равновесия – в точности те, которые удовлетворяют критерию монотонности: чем выше R , тем более вероятно, что агенты предадут. Очевидно, это естественный способ ограничить рассматриваемые равновесия.

Мы интерпретируем параметр τ как доверие между агентами. Для больших τ предательства более часты, иными словами, высокая степень доверия позволяет агентам предавать для меньших значений ожидаемой награды. Можно доказать следующее утверждение.

Утверждение 4. При фиксированном τ , диктатор считает, что вероятность предательства выше, если: 1) агенты более компетентны (θ велико); 2) враг сильный,

или диктатор слабый (q велико); 3) награда агентов за верность (P) низка, или ожидаемое наказание агентов (F) низко; 4) агенты и враг близки друг к другу (λ велико).

II. Выбор диктатора. Рассмотрим, какой уровень компетентности выберет диктатор. Когда он принимает решение, он знает, как назначенные им агенты поведут себя в подыгре. Мы предполагаем, что он считает параметр τ заданным, то есть он знает, какое равновесие будут играть агенты. В этом случае, вероятность того, что агенты предадут, с точки зрения диктатора, равна $1 - G(R_\tau)$. Ожидаемая полезность диктатора от найма советников с компетентностью θ равна

$$U_D(\theta) = (1 - q)Y + (q(Y - C) - (1 - \theta)(1 - q)C)G(R_\tau).$$

Лемма. Для каждого фиксированного τ , $U_D(\theta)$ однопиковая. Если $qY < C$, то $1 \notin U_D(\theta)$, то есть максимум внутренний.

Утверждение 5. Для каждого $\tau \in [0, 1]$ существует единственное совершенное на подыграх равновесие в игре. Равновесие характеризуется θ^* и $R^* = P + (1 - \theta) \frac{(1 - q)}{q} (P + F) - \lambda$. В равновесии диктатор нанимает советника типа θ^* , а советник предает если и только если $s = S$ и $R > R^*$.

Эти результаты показывают, что в равновесии диктатор может специально нанимать посредственных агентов, а не наилучших из возможных. Открывается возможность получить сравнительную статику и понять, что может усилить желание диктатора нанимать посредственных советников и что может уменьшить подобные стимулы.

Вообще, в последнее время в литературе наблюдается быстрое развитие темы политических переговоров и информативных сигналов. Например, А. Кидд считает, что необъективный посредник может быть более эффективен в донесении одной из сторон сообщений от другой [Kydd, 2003]. Его логика рассуждений основывается на том, что только посредник, чьи предпочтения смещены в сторону получателя сигнала, может донести угрозу так, чтобы ей поверили, поскольку у него нет стимулов преувеличивать угрозу, если ее нет. Что касается диктаторов, они часто считают предложение вступить в переговоры предательством, и это может быть фатальным для подчиненных. Представляется, с помощью аналогичных рассуждений можно прийти к выводу, что умному советнику диктатор может доверять меньше, чем посредственному, поскольку у последнего меньше возможности фальсифицировать информацию. Поскольку Кидд считает, что посредник – некая третья сторона, эта проблема в его работе не возникает.

Утверждение 6. Пусть $U_D(\theta)$ имеет внутренний максимум (по θ) для некоторого набора параметров. Оптимальный для диктатора агент менее способен ($\theta^* = U_D$), если: 1) диктатор слаб (q велико); 2) ставки высоки для диктатора (Y велико) или для врага (λ велико); 3) защита менее дорога (C низко).

Этот результат означает, что посредственные советники более вероятны в случае, если вероятность встретить сильного врага высока и ставки высоки (для любого из участников). Это может объяснить, почему в критические моменты (перед большой битвой, например) диктаторы зачастую бывают окружены недостаточно компетентными сподвижниками. Недостаточная компетентность агентов в случае, если дополнительная защита дешева, помогает доказать следующее предложение, которое можно интерпретировать как связь между слабостью диктатора и уровнем репрессий. К примеру, великие сталинские чистки могут подтвердить тезис, что Сталин все время боялся заговора против него.

III. Самоотбор. Модифицируем предположение модели таким образом, чтобы диктатор не наблюдал тип агента, но агенты, которые находят условия работы подходящими, сами приходят к диктатору, после чего он выбирает из них случайным образом. Эта постановка позволяет нам доказать утверждение, говорящее, что неограниченно большое наказание может быть источником некомпетентности нанятых агентов.

Проблема с достоверным обещанием относительно небольшого наказания за предательство может быть легче решена при демократии.

Утверждение 7. Положим $n = 1$. Пусть $\bar{\theta} < 1$ – тип самого компетентного из доступных советников, а альтернативная полезность советников возрастает по θ с ненулевой производной, равномерно отделенной от 0. Тогда при достаточно большом наказании будут наниматься только относительно некомпетентные советники.

Динамическая игра с наследованием

Раньше сложность предсказуемой передачи власти считалась существенным недостатком диктатуры как формы правления [Herz, 1952]. Однако в последнее время немалое число диктаторских режимов пережило смерть основателей, хотя не всегда диктатор был способен диктовать свою волю относительно наследника (ни В. Ленин, ни И. Сталин не смогли ни назначить преемника, ни выбрать политику будущего руководства). В настоящее время технология наследования, как представляется, развилась достаточно, чтобы обеспечивать передачу власти в таких различных режимах, как Северная Корея в 1994 г., Китай в 1989 и 2002 гг., Сирия в 2000 г. и Азербайджан в 2003 г. Естественно ожидать, что правитель со значительным временным горизонтом, например уверенный в желаемой преемственности, имеет больше возможностей нанимать способных агентов. Последние годы монархов крупнейших европейских стран – Англии, Франции и России, казненных революционерами, дают дополнительную уверенность в справедливости этого результата. Все эти монархи к моменту потери власти имели несовершеннолетних наследников, неспособных стать правителями в случае смерти отцов. И именно в последние годы их правления особенно сильно проявлялась некомпетентность их первых министров.

Проблема наследования интересна еще по одной причине. В настоящее время много исследователей и политиков из стран СНГ считают, что невозможность правителя передать власть по своему усмотрению – одна из главных характеристик демократии. Примеры Ленина и Сталина показывают, что обратное заведомо неверно, но в какой степени верно само утверждение? Думается, изучение связи между диктатурой и возможностью наследования власти позволит лучше понять современные институты и дать ответ на этот вопрос.

Для рассмотрения динамики мы дополняем условия модели следующим образом (для случая $n = 1$)⁶. В текущей постановке функция полезности диктатора учитывает потери от дополнительной защиты и полезность от правления. Теперь предположим, что наследником каждого диктатора является другой диктатор и полезность наследника также входит в полезность текущего диктатора. Мы предполагаем, что наследник или желателен для диктатора, или нет. В первом случае полезность наследника прибавляется к полезности диктатора с дисконтом $\beta < 1$; в последнем – диктатор не заботится о полезности наследника. Мы интерпретируем β как меру близости между диктатором и наследником. Естественно считать, что β велико в случае монархии, но низко в случае армейских полковников, сменяющих друг друга.

Каждый диктатор характеризуется своей способностью обеспечить передачу власти желаемому наследнику в случае, если он погибает в результате заговора. Эта способность совершенна (P) или несовершенна (Q). В первом случае наследник желатель-

⁶ Д. Асемоглу и Дж. Робинсон [Acemoglu, Robinson, 2001] фактически предложили новый класс динамических моделей для сравнительной политической экономики (см. также [Acemoglu, 2003; Grossman, Noh, 1990]). А. Галетович, Р. Санхуэза, Дж. Оверланд, К. Симмонс, М. Спагат, Дж. Рестрепо рассматривают экономические последствия диктатур в динамической перспективе. М. Галльего, К. Питчик, К. Конрад и С. Скапердас анализируют динамику государственных переворотов [Galetovic, Sanhueza, 2000; Overland, Simons, Spagat, 2000; Restrepo, Spagat, 2001; Gallego, Pitchik, 2004; Konrad, Skaperdas, 2007].

ный и имеет тип P с вероятностью P_P и тип Q с вероятностью P_Q , так что $P_P + P_Q = 1$. В последнем случае наследник – желательный типа P с вероятностью Q_P и желательный с типом Q с вероятностью Q_Q . Однако $Q_P + Q_Q < 1$, так что имеется нетривиальная вероятность, что наследник будет нежелаемым. Его тип в этом случае, с точки зрения диктатора, не имеет значения. Если диктатор побеждает, он способен обеспечить передачу власти наследнику, и тип наследника будет P .

Для каждого диктатора пусть $G = G\left(P + \frac{(1-\theta)(1-q)}{q}(P+F) - \bar{R}\right)$ будет вероятностью предательства в случае, если агент получил сильный сигнал. Тогда вероятность проигрыша диктатора равна qG . Обозначим

$$Y^* = (1-q)Y + (q(Y-C) - (1-\theta)(1-q)C)G.$$

Агент заботится о своей однопериодной полезности (поскольку он служит диктатору в течение только одного периода). Диктатор решает следующие задачи максимизации:

$$U_P = \max_{\theta} (Y^* + \beta(1-q(1-G))U_P + \beta q(1-G)(P_P U_P + P_Q U_Q)),$$

$$U_Q = \max_{\theta} (Y^* + \beta(1-q(1-G))U_P + \beta q(1-G)(Q_P U_P + Q_Q U_Q)).$$

Мы ищем совершенные марковские равновесия в этой игре.

Утверждение 8. 1. Существует единственное марковское совершенное равновесие. В нем $U_P > U_Q$, а компетентность агентов меньше в состоянии Q , чем в состоянии P . 2. Для меньших β , U_P , U_Q и $U_P - U_Q$ меньше. Следовательно, компетентность агента выше, если диктатор меньше заботится о наследниках.

Часть первая данного утверждения показывает, что менее надежное наследование приводит к менее компетентным агентам. Этот результат можно использовать для объяснения плохого правления тех монархов, чьи непосредственные наследники – маленькие дети, или тех, у которых есть другие претенденты на трон (скажем, родственники, которых они недолюбливают). Часть вторая утверждения показывает, что менее желательное наследование приводит к лучшим агентам. По нашему мнению, это может быть использовано для объяснения разницы между партийными диктатурами (например, в Мексике 1940–1990 гг., где люди из некоторого круга наследовали друг другу на посту президента, но не имели ни желания, ни возможности передать этот пост детям) и монархиями, где правители хотели бы это сделать. Эта модель предсказывает, что при авторитаризме компетентные советники менее вероятны, чем при институционализированной диктатуре. Не случайно Мексика – возможно, наиболее успешная из диктатур XX в. – имела четко определенную процедуру передачи власти в течение почти 60 лет.

* * *

В недавнем исследовании динамической природы диктатур [Acemoglu, Robinson, Verdier, 2004] утверждается, что "в то время, как академические исследования институционализированных государств продвинулись достаточно далеко, явно не хватает работ о природе слабоинституционализированных государств". Существует немало различных объяснений низкому качеству государственного управления в персоналистских диктатурах. Мы используем формальный аппарат экономической теории для исследований агентских проблем в диктатурах: необходимость поддерживать высокий уровень лояльности вынуждает диктатора назначать некомпетентных людей на ключевые должности. Более всего эти эффекты чувствуются в неосултанистических режимах [Sultanistic... 1998] и режимах, в которых главной задачей является распределение ренты [Bates, 2004].

Вероятно, самая заметная современная теория, подчеркивающая преимущества авторитарных режимов, – это модель "стационарного бандита" М. Олсона [Olson, 1993]. Впрочем, как правильно отмечает Р. Винтроб, "проблема с анализом Олсона состоит в том, что худшие режимы в человеческой истории – будь то нацистская Германия, Советская Россия или Камбоджа – это как раз те, которые [по Олсону] в наибольшей степени связаны с контролируемыми ими обществами" [Wintrobe, 2000]. Наша теория агентских отношений в авторитарных режимах предлагает объяснение, почему даже наиболее бенеvolentный диктатор может оказаться не в состоянии проводить оптимальную, с точки зрения общества, политику. Необходимость балансировать компетентность и лояльность, а этот баланс особенно трудно поддерживать в ситуации, когда диктатор мало связан существующими институтами, – неотъемлемая особенность любой диктатуры. Даже если какой-то диктатор прочтет данную статью и поймет ее логику, это никак ему не поможет, если он не готов ограничить свою власть. Пока не возникнут институты, ограничивающие его власть, ему не удастся существенно улучшить качество государственного управления.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Acemoglu D.* Why Not a Political Coase Theorem? Social Conflict, Commitment and Politics // *Journal of Comparative Economics*. 2003. Vol. 31.
- Acemoglu D., Robinson J.* A Theory of Political Transitions // *American Economic Review*. 2001. Vol. 91.
- Acemoglu D., Robinson J., Verdier T.* Kleptocracy and Divide-and-Rule: A Model of Personal Rule, The Alfred Marshall Lecture // *Journal of the European Economic Association Papers and Proceedings*. 2004. April–May. Vol. 2.
- Bates R.* The Political Economy of Control Regimes (mimeo, 2004).
- Brooker P.* Non-Democratic Regimes: Theory, Government, and Politics. New York, 2000.
- Domínguez J.I.* The Perfect Dictatorship? Comparing Authoritarian Rule in South Korea and in Argentina, Brazil, Chile, and Mexico (mimeo, 2002).
- Domínguez J.I.* The Batista Regime in Cuba // *Sultanistic Regimes*. Baltimore, 1998.
- Epstein D., Bates R., Goldston J., Kristenseu J., O'Halloran S.* Democratic Transitions (mimeo, 2004).
- Epstein D., Rosendorff P.* When are Autocracies Economically Efficient? (mimeo, 2004).
- Finer S.E.* The History of Government from the Earliest Times. Vol. 1–3. Oxford, 1997.
- Galetovic A., Sanhueza R.* Citizens, Autocrats, and Plotters: A Model and New Evidence on Coups D'Etat // *Economics and Politics*. 2000. Vol. 12. № 2.
- Gallieo M., Pitchik C.* An Economic Theory of Leadership Turnover // *Journal of Public Economics*. 2004. Vol. 88. № 12.
- Gandhi J.* Dictatorial Institutions and Their Impact on Economic Growth (mimeo, 2005).
- Genocide in Cambodia and Rwanda. YCIAS/GSP. 2004. Monograph Series. № 1.
- Glazer A.* Allies as Rivals: Internal and External Rent Seeking // *Journal of Economic Behavior and Organization*. 2002. Vol. 48. № 2.
- Gordon M., Trainor B.* Cobra II: The Inside Story of the Invasion and Occupation of Iraq. Pantheon, 2006.
- Gordon R., Taylor B.* Even as U.S. Invaded, Hussein Saw Iraqi Unrest as Top Threat // *The New York Times*. 2006. March 12.
- Gregory P.* The Political Economy of Stalinism: Evidence from the Soviet Secret Archives. Cambridge, 2004.
- Grossman H.I., Noh S.J.* A Theory of Kleptocracy with Probabilistic Survival and Reputation // *Economics and Politics*. 1990. Vol. 2.
- Haber S.* Authoritarian Government (mimeo, 2005).
- Heder S., Tittmore B.* Seven Candidates for Prosecution: Accountability for the Crimes of the Khmer Rouge. New York, 2004.
- Herz J.H.* The Problem of Successorship in Dictatorial Regimes; A Study in Comparative Law and Institutions // *Journal of Politics*. 1952. Vol. 14. № 1.
- Katouzian H.* The Pahlavi Regime in Iran // *Sultanistic Regimes*. Baltimore, 1998.
- Kiernan B.* The Pol Pot Regime Race, Power, and Genocide in Cambodia under the Khmer Rouge, 1975–1979. Yale–New Haven, 2004.

- Konrad K.A., Skaperdas S.* Succession Rules and Leadership Rents // Journal of Conflict Resolution. 2007. Vol. 51. № 4.
- Kydd A.* Which Side are You On? Bias, Credibility, and Mediation // American Journal of Political Science. 2003. Vol. 47. № 4.
- Lewis P.K.* Salazar's Ministerial Elite, 1932–1968 // Journal of Politics. 1978. Vol. 40. № 3.
- The Logic of Political Survival.* Cambridge, 2003.
- Montefiore S.* Stalin : The Court of the Red Tsar. New York, 2003.
- North D.C., Weingast B.R.* Constitutions and Commitment: The Evolution of Institutional Governing Public in Seventeenth-Century England // Journal of Economic History. 1989. Vol. 49. № 4.
- Olson M.* Dictatorship, Democracy, and Development // American Political Science Review. 1993. Vol. 87. № 3.
- Overland J., Simons K., Spagat M.* Political Instability and Growth in Dictatorships // Public Choice, 2000.
- Prendergast C.* A Theory of 'Yes Men' // American Economic Review. 1993. Vol. 83. № 4.
- Prendergast C., Topel R.* Favoritism in Organizations // Journal of Political Economy. 1996. Vol. 104.
- Przeworski A., Limongi F.* Political Regimes and Economic Growth // Journal of Economic Perspectives. 1993. Vol. 7.
- Restrepo J., Spagat M.* The Dynamics of Repressive Dictatorships (mimeo, 2001).
- Rindova V.P., Starbuck W.H.* Distrust in Dependence: The Ancient Challenge of Superior-Subordinate Relations // Advancement of Organization Behaviour: Essays in Honor of Derek Pugh. Dartmouth, 1997.
- Spahr W.* Stalin's Lieutenants: A Study of Command under Duress. Novato (Cal), 1997.
- Speer A.* Inside the Third Reich: Memoirs. New York, 1997.
- Suetonius G.T.* The Twelve Caesars. New York, 1979.
- Sultanistic Regimes.* Baltimore, 1998.
- Thompson M.* The Marcos Regime in the Philippines // Sultanistic Regimes. Baltimore, 1998.
- Tullock G.* Autocracy. Dordrecht, 1987.
- Wagner A.* Loyalty and Competence (mimeo, 2001).
- Wantchekon L.* The Paradox of 'Warlord' Democracy: A Theoretical Investigation // American Political Science Review. 2003. Vol. 98. № 1.
- Wintröbe R.* Dictatorship (mimeo, 2000).
- Wintröbe R.* The Political Economy of Dictatorship. Cambridge, 1998.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Доказательство Утверждения 1. Если $s = W$, то $t = W$ с вероятностью 1, и агент это знает. Следовательно, диктатор точно выживет. Следовательно, предательство приведет к наказанию, которого агент хотел бы избежать. В результате он послушается и не будет защищаться. Предложение доказано.

Доказательство Утверждения 2. Заметим, что предельная полезность от исполнения приказа по сравнению с предательством возрастает по k , числу агентов, исполняющих приказ. Следовательно, невозможна ситуация, когда некоторые агенты подчиняются, а некоторые – предаются. Поэтому поведение агентов в совершенном на подыграх равновесии одинаковое. Предложение доказано.

Доказательство Утверждения 3. Значение R_L получается из условия, что если $n - 1$ агентов предадут, n -му агенту все равно. Величина R_H получается из условия, что если никто не предает, то агенту все равно. Предложение доказано.

Доказательство Утверждения 4. Непосредственно следует из формулы для R_c . Предложение доказано.

Доказательство Леммы 1. Для начала докажем, что нет внутренних минимумов. Для краткости обозначим $X \equiv q(Y - C) - (1 - \theta)(1 - q)C$. Продифференцируем полезность диктатора по θ дважды:

$$\frac{\partial^2 U_D(\theta)}{\partial \theta^2} = -2(1 - q)C \frac{1 - q}{q} (P + F)G' + X \left(\frac{1 - q}{q} (P + F) \right)^2 G''.$$

Заметим, что если $\frac{\partial U_D(\theta)}{\partial \theta} \leq 0$ (что, разумеется, выполнено в локальном минимуме), то $X > 0$,

а значит, $\frac{\partial^2 U_D(\theta)}{\partial \theta^2} < 0$, так как $G'' < 0$. Очевидно, это нарушает необходимое условие второго

порядка. Следовательно, эта функция однопиковая. Кроме того, заметим, что если θ^* – локальный максимум $U_D(\theta)$, не равный 0, то $\frac{\partial U_D(\theta)}{\partial \theta} \leq 0$, и $X > 0$ в точке θ^* , как и в других точках справа от θ^* , поскольку она возрастает по θ^* . Следовательно, $\frac{\partial^2 U_D(\theta)}{\partial \theta^2} < 0$ на $[\theta^*, 1]$. Значит, гло-

бальный максимум функции $U_D(\theta)$ единственен, поскольку если бы их было два, функция должна бы была быть вогнутой справа от меньшего из них, что невозможно. Предложение доказано.

Доказательство Утверждения 5. Для каждого τ диктатор выбирает единственную θ^* , а агенты выбирают единственное R_τ . Предложение доказано.

Доказательство Утверждения 6. Допустим, что любой из указанных параметров слегка

возрастает. Если θ^* был внутренним глобальным максимумом, то $\frac{\partial U_D(\theta)}{\partial \theta}$ станет или положительным, или отрицательным в зависимости от знака смешанной производной в точке θ^* . По-

скольку $U_D(\theta)$ однопиковая, знак $\frac{\partial U_D(\theta)}{\partial \theta}$ определит, лежит ли новый глобальный максимум слева или справа от θ^* . Итак, если смешанная производная положительная, оптимальная для диктатора величина θ увеличится, и наоборот. Теперь вычислим смешанную производную (нас

интересует только случай $\frac{\partial U_D(\theta)}{\partial \theta} = 0$, поэтому можно предполагать $X > 0$):

$$\frac{\partial^2 U_D(\theta)}{\partial \theta \partial q} = -\frac{\frac{\partial U_D(\theta)}{\partial \theta}}{1-q} - \frac{1-q}{q^2} \left(2C(1-\theta)(P+F)G' + X \frac{1-q}{q} (W+F)G'' \right),$$

$$\frac{\partial^2 U_D(\theta)}{\partial \theta \partial q} \Big|_{\frac{\partial U_D(\theta)}{\partial \theta} = 0} = -\frac{1-q}{q^2} (P+F) \left(2C(1-\theta)G' + X \frac{1-q}{q} G'' \right) < 0,$$

$$\frac{\partial^2 U_D(\theta)}{\partial \theta \partial Y} = -(1-q)(P+F)G' < 0,$$

$$\frac{\partial^2 U_D(\theta)}{\partial \theta \partial \lambda} \Big|_{\theta = \theta^*} = -(1-q)CG' - X \frac{1-q}{q} (W+F)G'' < 0,$$

$$\frac{\partial^2 U_D(\theta)}{\partial \theta \partial C} = (1-q)G + (q + (1-\theta)(1-q)) \frac{1-q}{q} (P+F)G' > 0.$$

Предложение доказано.

Доказательство Утверждения 7. Вероятность того, что защита высока, равна $(q + (1-\theta)(1-q))G$. Знаки смешанных производных можно проверить непосредственно. Предложение доказано.

Доказательство Утверждения 8. 1) Имеем следующие уравнения:

$$U_P = \max_{\theta} f(U_P, U_Q); \quad U_Q = \max_{\theta} g(U_P, U_Q).$$

Правая часть определяет отображение из плоскости (U_P, U_Q) в себя. Докажем, что это отображение стягивающее в метрике C_∞ , то есть если расстояние – максимум разности между коор-

динатами. Положим $\tau = \frac{1+\beta}{2}$. Покажем, что разность между образами не превосходит умноженную на τ разность между аргументами. Для начала покажем, что если один аргумент зафиксирован на уровне (U_P^0, U_Q^0) , то утверждение верно, если (U_P, U_Q) лежит в малой окрестности (U_P^0, U_Q^0) . Очевидно, по формуле Лагранжа $\Delta \max_{\theta} f(U_P, U_Q) = \frac{\partial f}{\partial U_P} \Delta U_P + \frac{\partial f}{\partial U_Q} \Delta U_Q$. Заметим, что частные производные вычисляются в некоторых точках, обе координаты которых лежат между таковыми (U_P^0, U_Q^0) и (U_P, U_Q) . Следовательно, уменьшая окрестность, мы можем их сделать сколь угодно близкими к соответствующим частным производным в точке (U_P^0, U_Q^0) . Для вычисления последних не нужно дифференцировать по θ по теореме об огибающей (если θ , в которой f принимает максимальное значение, является внутренней точкой) или поскольку θ принимает одно и то же значение в некоторой окрестности (если это не так), или по обоим причинам (если θ находится на границе этих двух случаев). Следовательно,

$$\left. \frac{\partial f}{\partial U_P} \right|_{(U_P^0, U_Q^0)} = \beta((1-q(1-G)) + q(1-G)P_P)$$

и

$$\left. \frac{\partial f}{\partial U_Q} \right|_{(U_P^0, U_Q^0)} = \beta q(1-G)P_Q.$$

Следовательно, в некоторой окрестности

$$\Delta \max_{\theta} f(U_P, U_Q) < \left(\begin{array}{l} \beta((1-q(1-G)) + q(1-G)P_P) \\ + \beta q(1-G)P_Q + \frac{1-\beta}{2} \end{array} \right) \max(\Delta U_P, \Delta U_Q) \leq \tau \max(\Delta U_P, \Delta U_Q),$$

где число $\frac{1-\beta}{2}$ выбрано так, чтобы оно мажорировало любую неточность в вычислении частных производных, которая происходит от замены произвольной точки в окрестности на точку (U_P^0, U_Q^0) . По аналогичным соображениям $\Delta \max_{\theta} g(U_P, U_Q) < \tau \max(\Delta U_P, \Delta U_Q)$. Следовательно, это выполнено для максимума приращений.

Теперь рассмотрим две произвольные точки и соединим их отрезком. Для каждой точки на отрезке имеется окрестность, удовлетворяющая данному свойству (образы точек окрестности приближаются к образу центра). Выбрав конечное подмножество этих окрестностей, покрывающее отрезок, мы можем сложить полученные неравенства и получить, что $\Delta \max_{\theta} g(U_P, U_Q) < \tau \max(\Delta U_P, \Delta U_Q)$ выполнено для любых точек. Это доказывает, что отображение сжимающее и уравнения имеют единственное решение (U_P, U_Q) .

Для доказательства того, что в этом решении U_P и U_Q положительны, заметим, что любой итерационный процесс сходится к (U_P, U_Q) . Если взять некоторую точку с положительными координатами, то легко видеть, что образ удовлетворяет тому же свойству. Следовательно, U_P и U_Q по меньшей мере неотрицательны. Но ни одно из них не может равняться нулю, поскольку ни $\max_{\theta} f(U_P, U_Q)$, ни $\max_{\theta} g(U_P, U_Q)$ не могут равняться нулю, если U_P и U_Q неотрицательны. Более того, двойное неравенство $U_P \geq U_Q \geq 0$ также сохраняется, поскольку если g достигает своего максимума в точке θ_0 , то значение f в θ_0 не меньше, чем значение g (что очевидно из их явного вида), а максимальное значение f может быть еще больше. Кроме того, можно видеть, что $U_P \neq U_Q$, так что $U_P > U_Q$. В этом случае легко видеть, что оптимальная θ не меньше в состоянии P , чем в состоянии Q .

2) Предположим, что для $\beta_0, (U_P^0, U_Q^0)$, где $U_P^0 > U_Q^0$, было неподвижной точкой. Требуется исследовать знаки производных $\frac{dU_P}{d\beta}$, $\frac{dU_Q}{d\beta}$ и $\frac{dU_P - dU_Q}{d\beta}$ в точке β_0 . Как и раньше, нам не нужно дифференцировать по θ . Следовательно, знаки совпадают со знаками в случае отображения $U_P^1 = f(U_P, U_Q)$; $U_Q^1 = g(U_P, U_Q)$, где θ фиксирована. Это отображение линейно. Легко видеть,

что это отображение сохраняет цепочку неравенств $U_P^0 \geq U_P \geq U_Q \geq 0$. Предположим, что $\beta < \beta_0$. В этом случае неравенства по-прежнему сохраняются, поскольку $U_Q > 0$, если аргументы положительны, а U_P в каждой точке меньше при β , чем при β_0 , если аргументы положительны. Наконец,

$$\begin{aligned} U_P^1 - U_Q^1 &= \beta q(1 - G)((P_P - Q_P)U_P + (P_Q - Q_Q)U_Q) \\ &= \beta q(1 - G)((P_P - Q_P)(U_P - U_Q) + (P_P - Q_P + P_Q - U_Q)U_Q). \end{aligned}$$

Если $P_P - Q_P + P_Q - Q_Q > 0$, то среднее неравенство также сохраняется. Следовательно, для β неподвижная точка лежит в области, где $U_P < U_P^0$ и $U_P - U_Q < U_P^0 - U_Q^0$ (легко видеть, что β оказывает нетривиальное влияние на эти значения, и неравенства строгие). Кроме того, неравенство $U_Q^0 > U_Q$ также сохраняется, а значит, вторая координата неподвижной точки также уменьшается. Это приводит к увеличению компетентности агентов, если β становится меньше (в каждом из состояний), поскольку если продифференцировать по θ , можно заметить, что $U_P - (P_P U_P + P_Q U_Q)$ положительное и уменьшается, и то же верно для $U_P - (Q_P U_P + Q_Q U_Q)$. Предложение доказано.

© Г. Егоров, К. Сонин, 2008